رياضيات ١

(3)

سلم تصحيح امتحان مقرر الهندسة التحليلية – الدورة الإضافية 15– 2016 – المدة: 90 دقيقة – الدرجة: 100

حل السؤال الأول (40 درجة):

1) يتعين المستوي المنصف الداخلي لزاوية المستويين: $\pi_1: 2x+2y-z-5=0$ ، $\pi_2: 2x+y-2z+1=0$ بالمعادلة:

A) $4x+3y-4=0$ ، B) $4x+3y-3z=0$ ، C) $4x-3z-4=0$ ، D) $4x+3y-3z-4=0$

2) تعني مسلمة المستوي وجود مستوٍ وحيد:

A) يمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، B) يمر بنقطة ويوازي منحيين .

C) يمر بنقطة عمودياً على منحى معيَّن ، D) يحقق كلاً مما سبق.

3) تقع النقطتان: $A(2,1,-2)$ ، $B(1,-6,1)$ بالنسبة للمستوي: $4x-y+8z-9=0$:

A) في جهة واحدة منه ، B) في جهتين مختلفتين بالنسبة له، C) تقع فقط A عليه ، D) تقع فقط B عليه .

4) تمثل المعادلة $x-8z-9=0$ في الفضاء الثلاثي:

A) مستقيماً خاصاً، B) مستوياً خاصاً . C) مستوياً عاماً، D) غير ذلك.

5) تتقاطع المستويات المعينة بالمعادلات:

$4x+3y+2z=16$ ، $x+2y+3z=14$ ، $5x-y-z=0$

A) بنقطة وحيدة، B) بعدد غير منتهٍ من النقاط، C) مثنى مثنى ، D) غير ذلك

6) إن المستقيمين: $l_2: \frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ ، $l_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$:

A) متنالفان، B) متقاطعان بالنقطة $(-1,-1,-1)$ ، C) متقاطعان بالنقطة $(1,2,3)$، D) متقاطعان بالنقطة $(2,3,4)$.

7) تمثل المعادلة $x^2-2y^2=4$:

A) دائرة في المستوي وكرة في الفضاء، B) قطعاً ناقصاً في أي فضاء،

C) أسطوانة دورانية في الفضاء ، D) أسطوانة ناقصية في الفضاء.

8) تمثل المعادلة $2x+y^2-3=0$ في الفضاء الثلاثي:

A) أسطوانة مكافئة، أما في المستوي فقطعاً مكافئاً، B) مجسم قطع مكافئ ناقصي، أما في المستوي فقطعاً مكافئاً ،

C) أسطوانة مكافئة، أما في المستوي فقطعاً ناقصاً، D) غير ذلك.

حل السؤال الثاني (60 درجة):

رباعي وجوه، أحد رؤوسه هو النقطة $O(0,0,0)$ ، وقاعدته تقع في المستوي $\pi: x+y+z-1=0$. والمطلوب:

1) أوجد إحداثيات رؤوس القاعدة، ثم استنتج معادلة مستوي قاعدته بدلالة الأجزاء المقتطعة من المحاور الإحداثية:

رؤوس مثلث القاعدة هي نقاط تقاطع $\pi: x+y+z-1=0$ مع المحاور الإحداثية، وهي النقاط:

$$\pi\cap ox=A(1,0,0),\ \pi\cap oy=B(0,1,0),\ \pi\cap oz=C(0,0,1)$$

أما معادلة مستوي قاعدته بدلالة الأجزاء المقتطعة من المحاور الإحداثية فهي:

$$\pi: x+y+z=1$$

Scanned by CamScanner

...حسب حجمه ومساحة قاعدته: يعطى حجمه بالعلاقة:

$$\overline{OA}(1,0,0),\ \overline{OB}(0,1,0),\ \overline{OC}(0,0,1) \Rightarrow v = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{6}u.^3$$

أما مساحة قاعدته:

$$\overline{AB}(-1,1,0), \overline{AC}(-1,0,1) \Rightarrow s = \frac{1}{2}\left\| \begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix} \right\| \Rightarrow s = \left|\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}\ u.^2$$

3) استنتج معادلات وجوهه الجانبية ومعادلات حروفه:

إن مستويات وجوهه الجانبية ما هي إلا المستويات الإحداثية الثلاثة:

$$oxy:\ z=0\quad,\quad oyz:\ x=0\quad,\quad ozx:\ y=0$$

أما حروفه، فهي المستقيمات:

$$\overline{AB}\left|\begin{matrix} z=0 \\ x+y+z-1=0 \end{matrix}\right.\quad,\quad \overline{BC}\left|\begin{matrix} x=0 \\ x+y+z-1=0 \end{matrix}\right.\quad,\quad \overline{CA}\left|\begin{matrix} y=0 \\ x+y+z-1=0 \end{matrix}\right.\quad,$$

$$\overline{OA}\left|\begin{matrix} z=0 \\ y=0 \end{matrix}\right.\quad,\quad \overline{OB}\left|\begin{matrix} x=0 \\ z=0 \end{matrix}\right.\quad,\quad \overline{OC}\left|\begin{matrix} y=0 \\ x=0 \end{matrix}\right.$$

4) أوجد إحداثيات المسقط القائم لرأسه O على قاعدته:

بفرض أن المسقط القائم لرأسه $O(0,0,0)$ على مستوي القاعدة $\pi: x+y+z-1=0$ هو النقطة O'، عندها:

$$O(0,0,0) \in \overline{O'O} \perp \pi \Rightarrow \overline{O'O}\left|\begin{matrix} x=\lambda \\ y=\lambda \\ z=\lambda \end{matrix}\right. \Rightarrow\ O' = \overline{O'O} \cap \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda+\lambda+\lambda-1=0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3} \Rightarrow O'\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$$

5) أوجد إحداثيات نظيرة رأسه O بالنسبة لمستوي قاعدته:

لتكن $O''(x_2, y_2, z_2)$ هي نظيرة $O(0,0,0)$ بالنسبة لمستوي القاعدة. واضح أن النقطة $O'\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ هي منتصف القطعة المستقيمة $\overline{OO''}$، نعوض بإحداثيات منتصف قطعة مستقيمة:

$$\left.\begin{matrix} x=\dfrac{x_1+x_2}{2},\quad y=\dfrac{y_1+y_2}{2},\quad z=\dfrac{z_1+z_2}{2}; \\ x=\dfrac{1}{3},\ y=\dfrac{1}{3},\ z=\dfrac{1}{3},\ x_1=0,\ y_1=0,\ z_1=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{x_2}{2},\ \ \frac{1}{3}=\frac{y_2}{2},\ \ \frac{1}{3}=\frac{z_2}{2} \Rightarrow\ \ O''\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$$

Scanned by CamScanner